Разбор демоверсии заданий теоретического этапа I-го технологического праздника «ТЕХНОзавтрак 2.0»

Задача № 1

Условие: докажите, что для возведения в квадрат числа, оканчивающегося на 5, необходимо часть числа до последней 5 умножить на эту же часть, увеличенную на 1, и дописать справа к результату 25 (например, 65^2: 6*7 = 42 => 4225).

Решение: пусть число имеет вид $\overline{n5} = 10n + 5$, где n – натуральное число. Возводим в квадрат и с помощью формулы сокращённого умножения получаем следующее: $(10n + 5)^2 = 100n^2 + 100n + 25 = 100n(n + 1) + 25$.

Умножение на 100 и прибавление 25 - это и есть приписывание 25 справа. В самом деле, умножение на 100 равносильно приписыванию 2 нулей, а прибавление 25 к числу, оканчивающемуся 2 нулями, заменяет эти нули на 25, что и создает описанную закономерность.

Задача № 2

Условие: на стадионе имеется 5 беговых дорожек, то есть одновременно состязаться могут не более 5 бегунов. В отборочном этапе участвуют 25 человек, которые бегают с постоянной скоростью. За какое минимальное количество забегов без использования измерительных приборов (только путем сравнения результатов участников) можно определить 3 (трех) наиболее быстрых спортсменов?

Решение:

1) Делим 25 бегунов на группы по 5, чтобы в каждой группе можно было выявить победителя (5 забегов).

2) Устраиваем забег между победителями каждой группы. Победитель этой гонки – самый быстрый спортсмен среди всех (1 забег).

Задача № 2 (продолжение № 1)

Решение:

Обозначим 5 групп из 1-ого пункта как a, b, c, d, e. Тогда в первой группе бегун, занявший первое место – a_1, второе – a_2 и т.д.. В других группах – аналогично.

Не ограничивая общности рассуждений, будем считать, что победителем 6-го забега (самым быстрым спортсменом) является бегун a_1, вторым пришёл бегун b_1, третьим – c_1, четвёртым – d_1, пятым – e_1.

3) Устраиваем забег между лошадьми a_2, a_3, b_1, b_2, c_1. То есть в данной гонке участвуют 2-ой и 3-ий бегун из первой группы, 1-ий и 2-ой из второй и 1-ий из третьей группы. Два лучших бегуна в этой гонке занимают 2-е и 3-е место в общем зачёте (1 забег).

Итого: 7 забегов.

Задача № 2 (продолжение № 2)

Решение:

Для чего устраивается 7-ой забег? После первых 6 забегов мы знаем, что самый быстрый бегун среди всех – это бегун a_1 (1-ое место). Тогда есть 4 варианта, где в таком случае могут быть оставшиеся 2 и 3 места:

- все трое в группе «a» (a_1, a_2, a_3);
- в группе «a» только 1-ое и 2-ое места, а 3-е место в группе «b» (a_1, a_2, b_1);
- в группе «a» только 1-ое место, а 2-ое и 3-е места в группе «b» (a_1, b_1, b_2);
- в группе «a» только 1-ое место, в группе «b» только 2-ое место, а 3-е место в группе «c» (a_1, b_1, c_1);

Таким образом, 7-ой забег между бегунами a_2, a_3, b_1, b_2, c_1 устраивается для определения 2-го и 3-го мест. Заметим это на схеме:

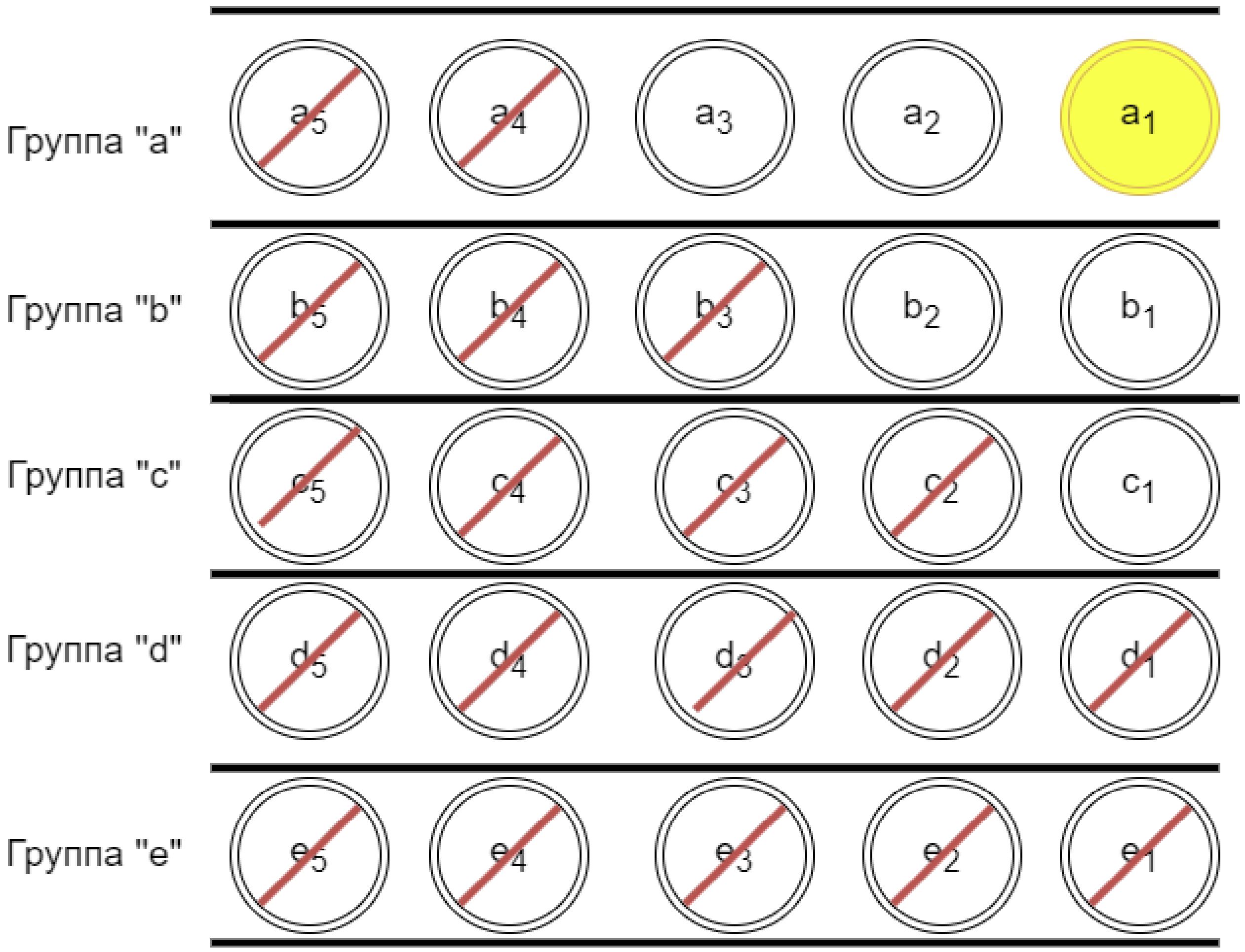
Задача № 2 (продолжение № 3)

Решение:

Самый быстрый бегун – это a_1. Кто из бегунов может быть вторым или третьим по скорости? Сначала мы можем исключить всех бегунов из групп d и e, потому что самые быстрые спортсмены в группах d и e медленнее, чем три бегуна a_1, b_1 и c_1.

Аналогичным образом мы можем исключить каждого человека из группы c, которые медленнее, чем бегун c_1, поскольку эти спортсмены медленнее, чем три бегуна a_1, b_1 и c_1.

Далее мы можем исключить a_4 и a_5, так как они медленнее, чем a_1, a_2 и a_3. Наконец, мы можем исключить b_3, b_4 и b_5, поскольку они медленнее, чем a_1, b_1 и b_2. Значит, для 7-го забега и для определения оставшихся двух наиболее быстрых спортсменов остались бегуны a_2, a_3, b_1, b_2, c_1.



Задача № 2 (продолжение № 4)

Решение:

Мы показали, что 7 гонок — это достаточное количество гонок. Почему это минимум?

Чтобы найти самого быстрого бегуна, нужно хотя бы один раз просмотреть всех спортсменов, а поскольку в одном забеге могут участвовать только 5 людей, то понадобится минимум 25/5 = 5 забегов. Затем нужно сравнить победителей этих гонок, а значит необходим 6-ой забег.

Чтобы найти второго по скорости, понадобится как минимум ещё 1 гонка для сравнения a_2 и b_1, то есть 7 гонок — это минимальное значение.

Задача № 3

Условие: Гай Юлий Цезарь зашифровал количество восставших гладиаторов. Для этого он использовал шифр, в котором каждая буква алфавита заменяется буквой того же алфавита с некоторым сдвигом (например, «А» заменяется на «Г», «Б» на «Д» и так далее). Затем подумал и для надёжности зашифровал ещё раз, а затем переписал полученный шифртекст в обратном порядке, получив следующее:

ЭЕЧБШ ШЕЧКЙВТКЧФЗ

Определите количество гладиаторов?

Решение:

1) «перевернём» текст, написанный в обратном порядке:

ЗФЧКТВЙКЧЕШ ШБЧЕЭ

Задача № 3 (продолжение)

Решение :

2) далее определяем значение сдвига, которое использовалось при шифровании, методом перебора для получения осмысленного текста. В данном случае выясним, что сдвиг при каждом шифровании равнялся 3, тогда расшифруем текст и получим:

ВОСЕМЬДЕСЯТ ТЫСЯЧ

Задача № 4

Условие: на кухне имеются сосуды ёмкостью в 3 и 5 литров. Для приготовления блюда требуется отмерить ровно 4 литра воды. Предложите последовательность действий: наполнений и опустошений сосудов, а также переливания воды из одного сосуда в другой (при отсутствии места для переливания, процесс прекращается и остаток остается в исходном сосуде) для получения требуемого объёма воды в одном сосуде.

Решение: сначала нужно наполнить сосуд объёмом 3 литра и перелить воду из него в сосуд объёмом 5 литров. Затем необходимо снова наполнить сосуд объёмом 3 литра и перелить воду из него в сосуд объёмом 5 литров. Тогда сосуд объёмом 5 литров будет полностью заполнен, а сосуд объёмом 3 литра будет содержать 1 литр воды. Потом нужно опустошить сосуд объёмом 5 литров, а 1 литр воды из сосуда объёмом 3 литра перелить в сосуд объёмом 5 литров. После этого снова надо наполнить сосуд объёмом 3 литра и перелить всю воду из него в сосуд объёмом 5 литров. Получим в сосуде объёмом 5 литров 1 + 3 = 4 литра воды.

Задача № 5

Условие: определите, за какое минимальное количество взвешиваний на рычажных весах без гирь можно обнаружить единственную фальшивую монету (массой меньше подлинных) из 25 монет.

Решение: давайте установим, что за 1 взвешивание можно найти одну фальшивую монету из 3-х монет, за 2 — из 9, за 3 — из 27 и т.д.:

1) В случае 3-х монет: кладем на чаши весов по 1 монете — фальшивой является более лёгкая монета; если же на весах равенство, то фальшивой является третья монета, которая в данном случае не участвует во взвешивании. То есть хватает как минимум одного взвешивания.

2) В случае 9 монет: разделим на три части по три монеты, положим на весы две из этих частей и определим по результатам взвешивания, в какой из частей находится фальшивая монета. Затем остаётся из 3-х монет определить наиболее лёгкую (в 1-ом случае описано, как это делать). Значит, хватает как минимум двух взвешиваний).

Задача № 5 (продолжение)

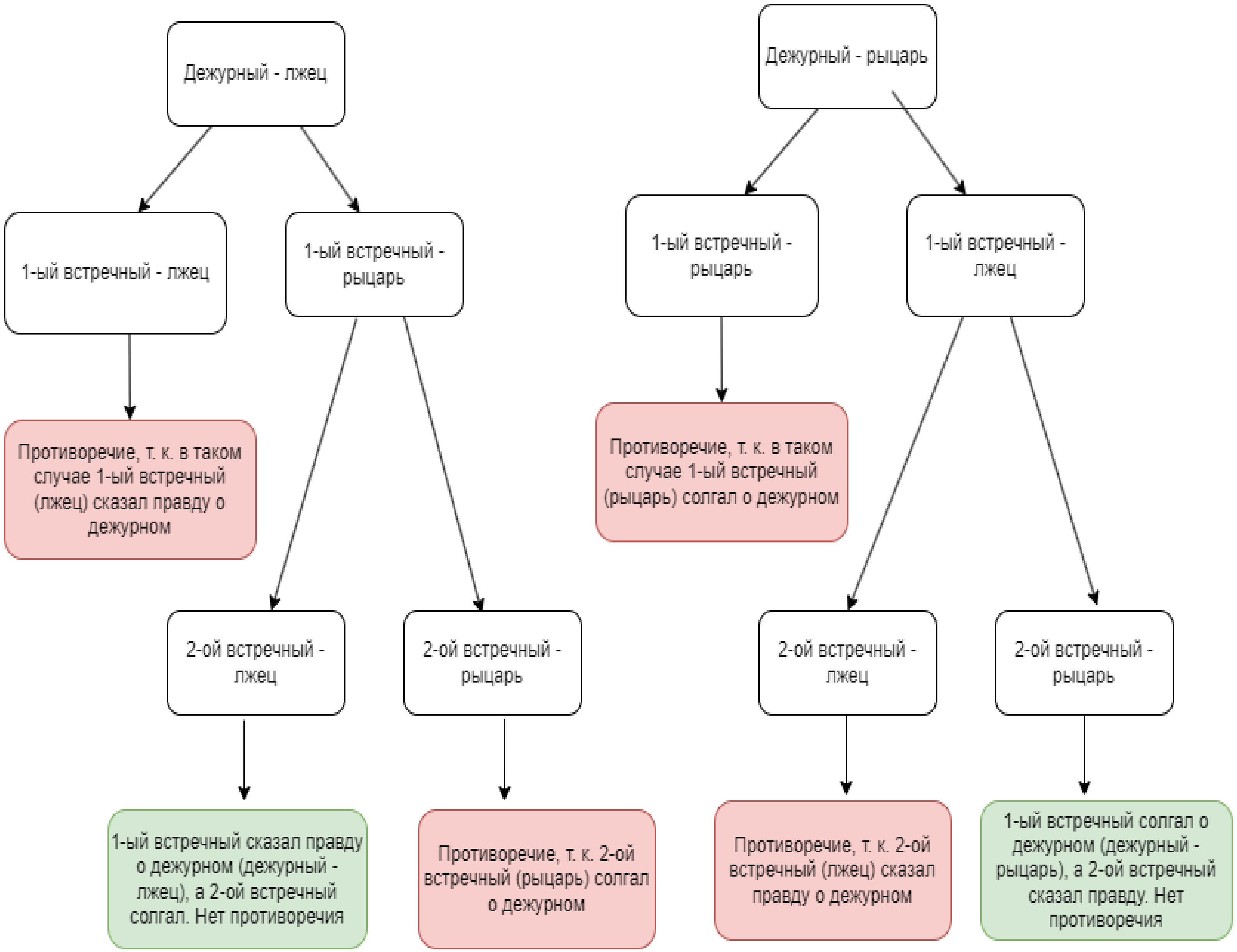
Решение: Разделим 25 монет на 3 части: 2 части по 9 монет и 1 часть из 7 монет. Положим на весы 2 части по 9 монет и определим по результатам взвешивания, в какой из частей находится фальшивая монета (1-ое взвешивание). Если на весах нет равенства, то фальшивая монета в более лёгкой части. Осталось определить среди 9 монет фальшивую, а на это необходимо минимум 2 взвешивания (всего 3 взвешивания). Если же на весах равенство, то фальшивая монета в части из 7 монет. Разделим эту часть на 2 группы по 3 монеты и 1 группу из 1 монеты. Аналогичными рассуждениями придём к тому, что на поиск фальшивой монеты потребуется ещё 2 взвешивания, то есть всего получится 3 взвешивания.

Задача № 6

Условие: среди жителей замка есть рыцари (всегда говорят правду) и лжецы (всегда лгут). Путешественник спросил двух первых встречных жителей, рыцарь или лжец сейчас дежурит у ворот. «Сегодняшний дежурный – лжец», - ответил первый. «Это ложь!» - вмешался в разговор второй. Определите, кто из встречных жителей лжец, а кто – рыцарь.

Решение: изобразим рассуждения на схеме.

На схеме видно, что возможны два варианта: 1-ый встречный – лжец, а 2-ой встречный – рыцарь и наоборот.



Задача № 7

Условие: на игровом поле имеются три отмеченные зоны. В первой из них составлена пирамида из 4 фишек разного диаметра – от наибольшей внизу до наименьшей наверху (A, B, C, D). Требуется перенести их все в третью игровую зону, соблюдая следующие правила:

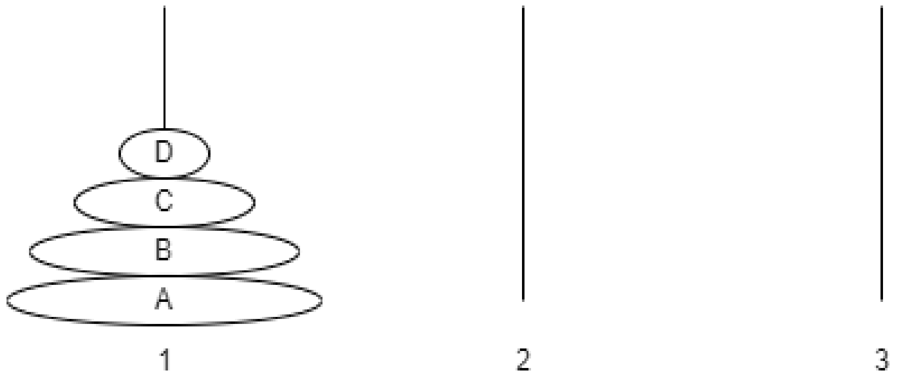
- За один ход может быть перемещена в другую зону только одна фишка.

- При перемещении в другую зону фишку можно класть либо на пустое место (если других фишек в этой зоне нет) или только на фишки большего диаметра.

Предложите последовательность ходов для выполнения задания игры.

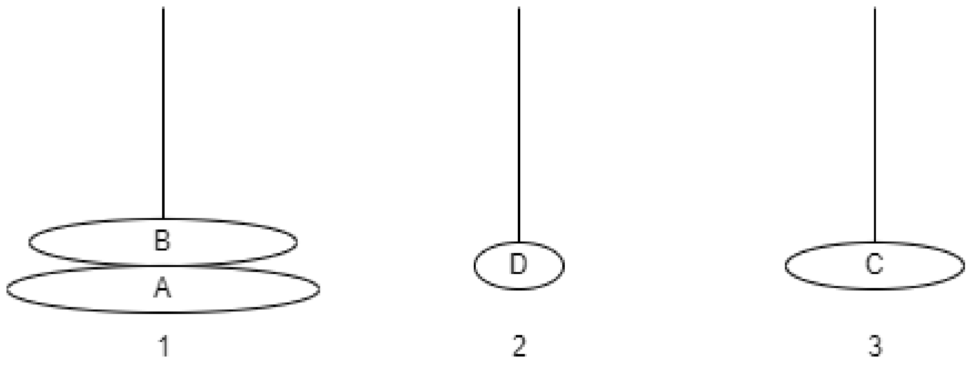
Решение:

До перемещения фишек



1) Фишку D переместить во 2-ую зону.

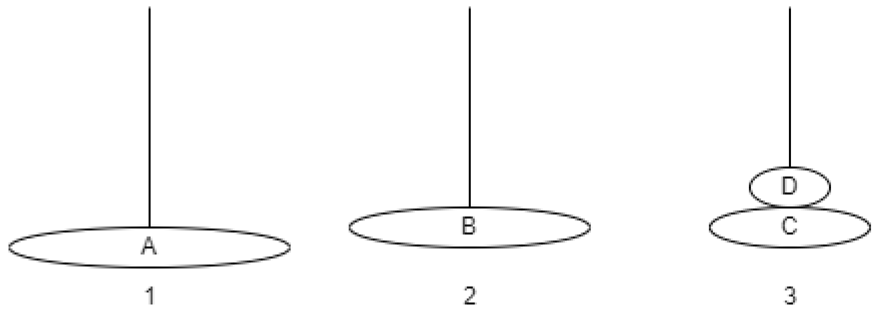
2) Фишку C переместить в 3-ю зону.



Задача № 7 (продолжение № 1)

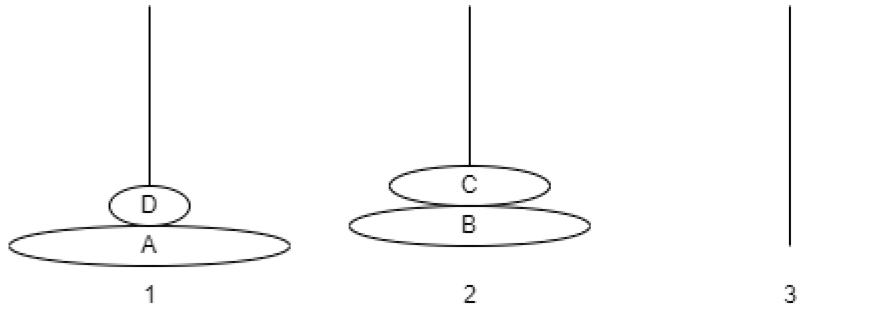
3) Фишку D переместить в 3-ю зону.

4) Фишку B переместить во 2-ую зону.



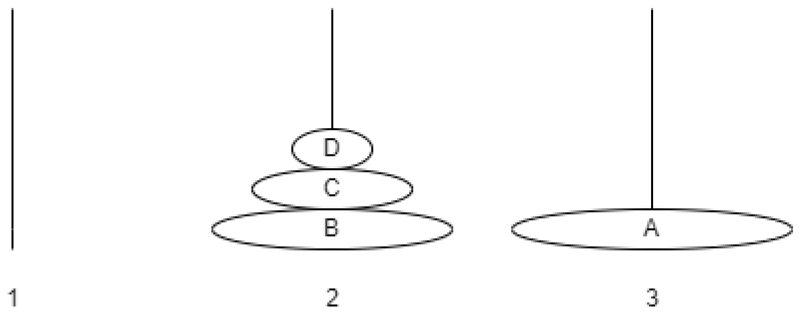
5) Фишку D переместить в 1-ую зону.

6) Фишку C переместить во 2-ую зону.



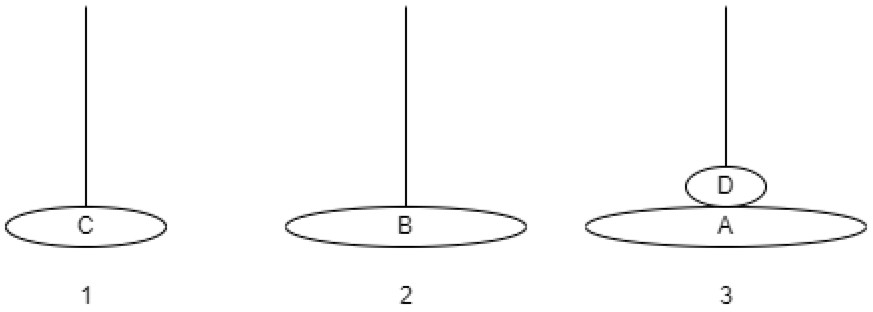
7) Фишку D переместить во 2-ую зону.

8) Фишку A переместить в 3-ю зону.



9) Фишку D переместить в 3-ю зону.

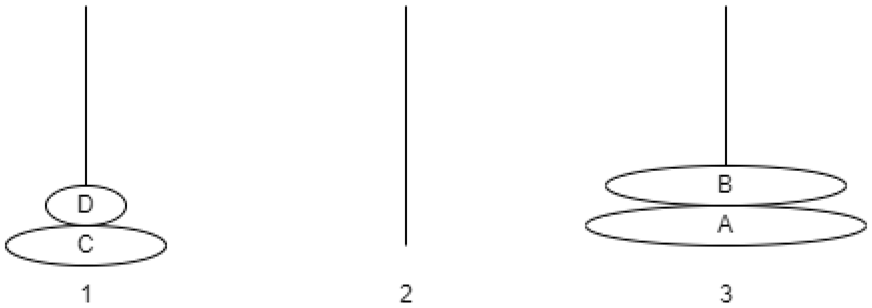
10) Фишку C переместить в 1-ую зону.



Задача № 7
(продолжение № 2)

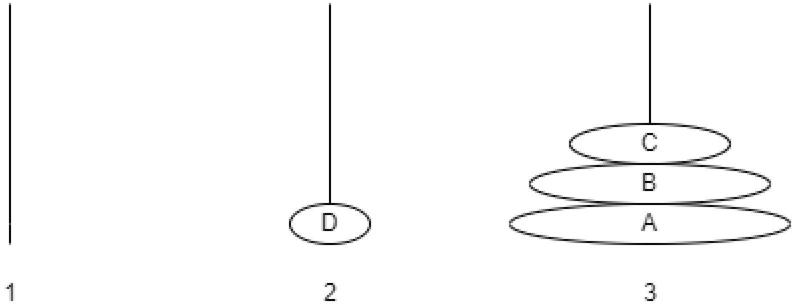
11) Фишку D переместить в 1-ую зону.

12) Фишку B переместить в 3-ю зону.



13) Фишку D переместить во 2-ую зону.

14) Фишку C переместить в 3-ю зону.



15) Фишку D переместить в 3-ю зону.